17 Arbeitsblätter als Hilfen zur Einarbeitung in den

# TI-84 Plus

1.Teil

# Klassenstufe 7 und 8

für Schülerinnen und Schüler
für Lehrerinnen und Lehrer

**Gisela Roquette**

Hebel-Gymnasium
Schwetzingen
September
2007

Das achtjährige Gymnasium in Baden-Württemberg bringt viele Neuerungen mit sich, die sich insbesondere im neuen Bildungsplan zeigen.

Im Fach Mathematik betrifft eine diese Änderungen die erhöhten Anforderungen an Schülerinnen und Schüler im Umgang mit Funktionen und die gleichzeitige Reduktion der Anforderungen im Bereich des Lösens von Gleichungen und Termumformungen.

Dies soll durch den Einsatz eines grafikfähigen Taschenrechners ermöglicht werden.

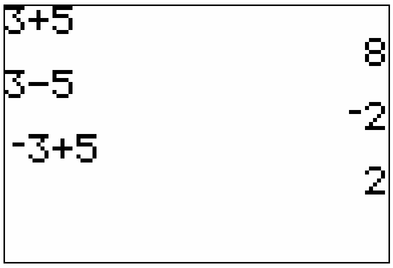
Am Hebel-Gymnasium Schwetzingen führen wir den TI-84 Plus ab dem Schuljahr 2007/2008 in der 8'ten Klasse ein. Da ich auch eine 8'te Klasse unterrichten werde, habe ich mich in die Bedienung des TI-84 Plus eingearbeitet und Themen zusammengestellt, bei denen mir der Einsatz des GTR in Klasse 8 sinnvoll und angemessen erscheint.

Zu jedem dieser Themen ist auf einem Arbeitsblatt eine detaillierte „Tipp-Anleitung" mit screenshots als Visualisierungshilfe ausgearbeitet. Diese Arbeitsblätter sind in erster Linie für die Schülerinnen und Schüler gedacht. Sie können im Unterricht oder bei der Hausarbeit eingesetzt werden, wenn Schülerinnen und Schüler sich ein kleines Themengebiet selbst erarbeiten sollen. Sie können aber auch einfach als Gedächtnisstütze genutzt werden, wenn man mal wieder vergessen hat „wie was geht".

Die Arbeitsblätter bauen nicht zwingend aufeinander auf, doch macht es Sinn, sie in der empfohlenen Reihenfolge zu bearbeiten. Einzelne der Arbeitsblätter sind auch fakultativ.

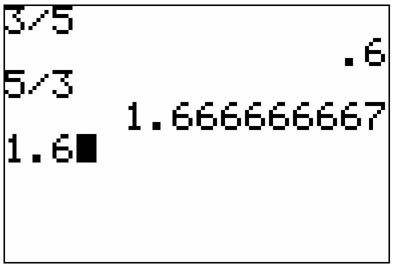
Dies ist das erste Paket von Arbeitsblättern, welchem ein zweites Paket (für Klasse 9 und 10) und drittes Paket (für die Kursstufe) folgen werden.

Einfache Rechnungen werden über die Zifferntasten (weiß) und die Tasten für Rechenoperationen (grau) eingegeben und mit [ENTER] abgeschlossen.
Beachte den Unterschied zwischen Vorzeichen-Minus (weiße Taste) [(-)] und dem Minus als Rechenoperation [−] (graue Taste).



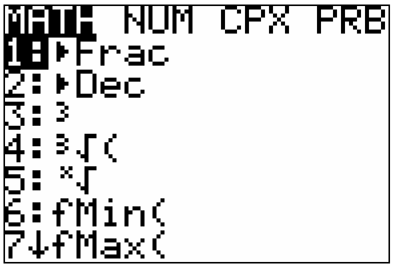

Ergebnisse werden standardmäßig als Dezimalzahlen mit (maximal) 9 Nachkommastellen angegeben.

Möchte man eine Zahl in der Bruchdarstellung haben, so drückt man [MATH] ...

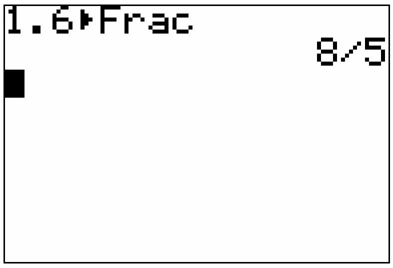



und dann [ENTER] ...

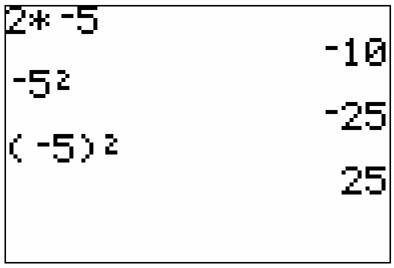
(Es wird Menu-Punkt 1:►Frac ausgewählt, Frac für *fraction* engl.:Bruch)



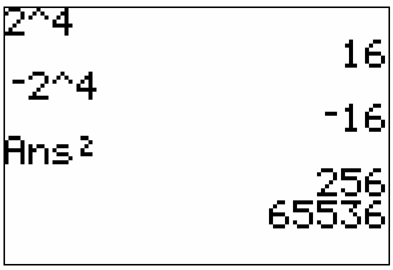

und nochmals [ENTER] ...



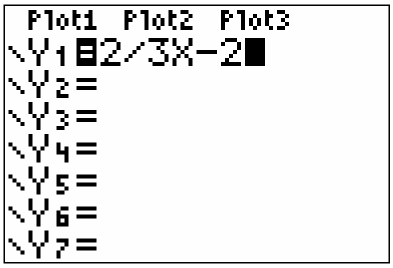

Bei manchen Rechnungen darf man sich (anders als in der Mathematik) die Klammern sparen ☺, bei manchen nicht:
Die Taste [$x^2$] benutzt man, um schnell das Quadrat einer Zahl auszurechnen.



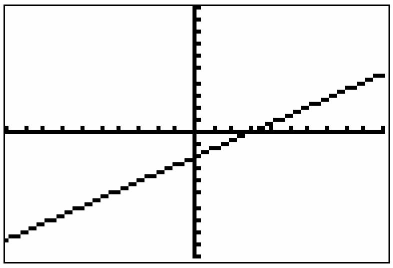

Um andere Potenzen auszurechnen braucht man die Taste [^].
Um mit einem Ergebnis (hier -16) weiter zu rechnen, drückt man die blaue Taste [2nd] und [ANS] (mit Drücken von [2nd] gelten die blauen Tastenbelegungen, [ANS] steht oberhalb von [(-)] ).
Möchte man die vorangegangene Rechnung mit dem neuen Ergebnis wiederholen, so drückt man noch ein weiteres Mal auf [ENTER].



Zunächst muss die Gleichung der linearen Funktion eingegeben werden. Dazu die Y= Taste drücken und dann die Gleichung eingeben. Die Variable x erhält man mit der Taste X,T,Θ,n.

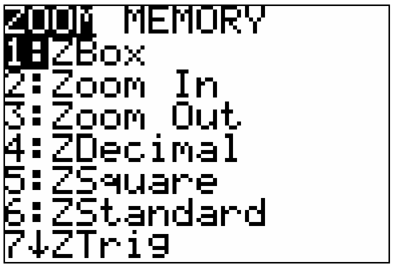



Drückt man nun GRAPH, so erhält man bei der Standardeinstellung folgendes Bild:

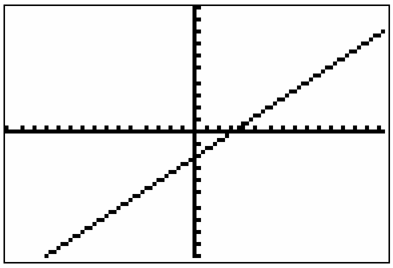


Dabei sind auf der x- und y-Achse unterschiedlich große Einheiten gewählt (jeweils 10), und da das Anzeigefenster nicht quadratisch ist, erscheint das Schaubild verzerrt, anders als gewohnt.

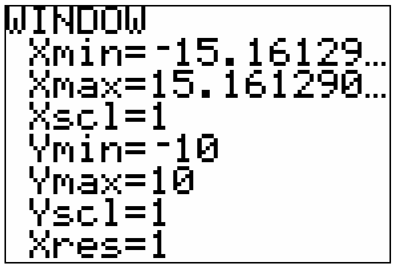
Um gleich große Einheiten auf beiden Achsen zu erhalten drückt man ZOOM und dann die Taste 5.




Dies ist das Ergebnis:

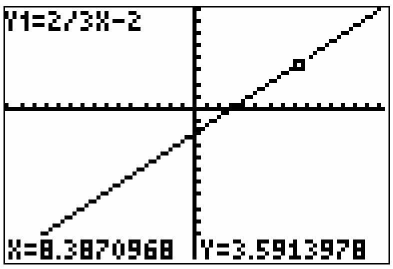


Um zu sehen, wie viele Einheiten jeweils auf den Achsen eingetragen wurden, kann man im Bild abzählen oder (besser ☺) man drückt WINDOW. Man erkennt: auf der x-Achse sind die Werte von -15 bis +15 markiert, auf der y-Achse von -10 bis 10. Der Abstand zwischen den Markierungen auf den Achsen wird durch Xscl und Yscl festgelegt (hier ist er 1). Alle diese Werte kann man bei Bedarf verändern.

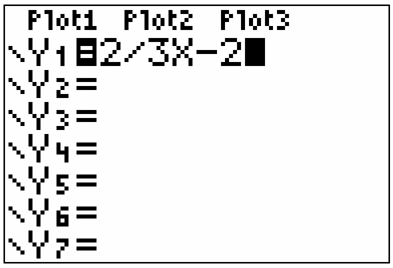



Mit ENTER das Menu verlassen und TRACE drücken.

Auf der Geraden kann man den Cursor mit den Tasten ◄ und ► bewegen und sich die Koordinaten des jeweiligen Punktes anzeigen lassen.

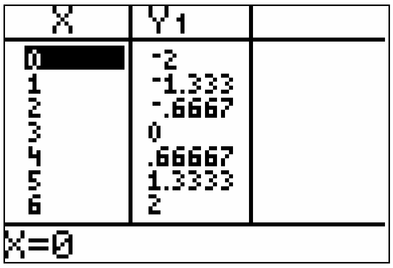


Zunächst muss die Gleichung der Funktion eingegeben werden. Dazu die [Y=] Taste drücken und dann die Gleichung eingeben. Die Variable x erhält man mit der Taste [X,T,Θ,n].

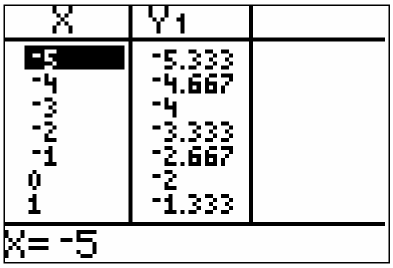



Nun nacheinander [2nd] und [TABLE] drücken.
(Mit Drücken der Taste [2nd] gelten die blauen Tastenbelegungen, [TABLE] steht über der Taste [GRAPH]).

Es ergibt sich folgende Anzeige im Display:




Möchte man auch für negative x-Werte die y-Werte bestimmt haben, so kann man den Cursor mit der Taste [▲] nach oben bewegen:

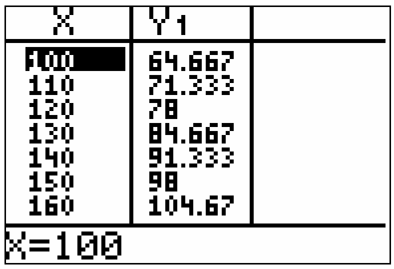



Entsprechend geht es mit [▼] nach unten zu größeren x-Werten.

Falls man sich aber für x=100 interessiert, kann man lange drücken (☺). Besser ist es, sich die Tabelle passend einzustellen:

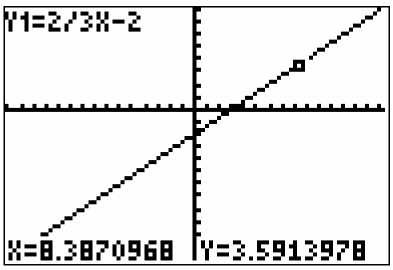

Mit [2nd] [TBLSET] erhält man das Menu für die Einstellung der Tabelle. Den Startwert für x (TblStart) passend auf 100 einstellen und die Änderung der x-Werte (Δ Tbl ) z.B. auf 10.

Mit [2nd] [TABLE] ergibt sich die gewünschte Anzeige im Display:

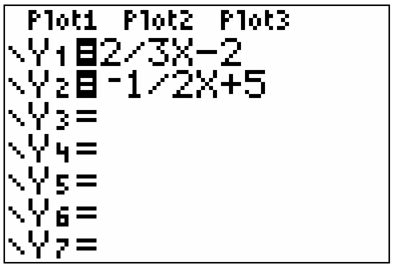



Manchmal ist es praktischer so:

[TRACE] drücken. Auf der Geraden kann man den Cursor nun mit den Tasten [◄] und [►] bewegen und sich die Koordinaten der jeweiligen Punkte anzeigen lassen.

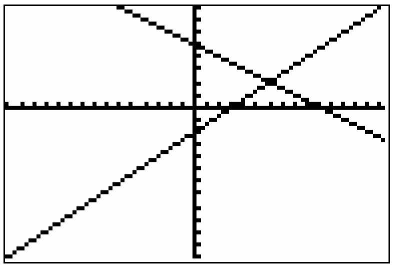


Zunächst muss man die Gleichungen der beiden linearen Funktionen eingeben. Dazu die [Y=] Taste drücken und dann die Gleichungen eingeben. Die Variable x erhält man mit der Taste [X,T,Θ,*n*].



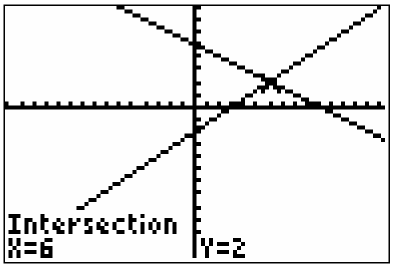

Nun [GRAPH] betätigen.

Man erkennt schon mit bloßem Auge, dass sich die Geraden ungefähr bei (6/2) schneiden.

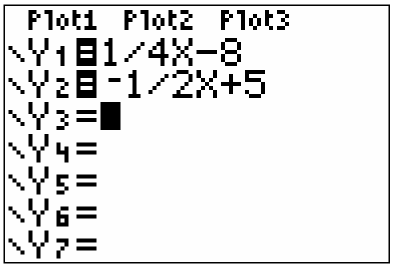


Um es genauer zu wissen drückt man [2nd] [CALC] und wählt im CALCULATE-Menu den Punkt 5 indem man Taste [5] drückt (*intersection* (engl.: Schnittpunkt)).

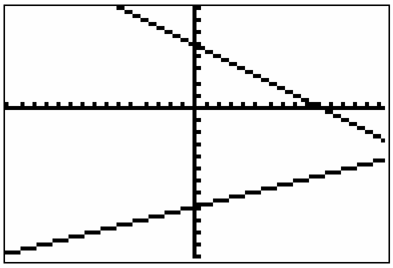
Nach dreimal [ENTER] drücken...
kann der Schnittpunkt abgelesen werden: (6/2).



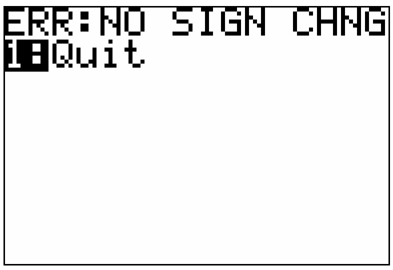

Nun wird statt der ersten Geraden eine andere gewählt:




Mit [GRAPH] erkennt man, dass sich die Geraden zwar schneiden, aber nicht innerhalb des Anzeigefensters.



Wieder drückt man [2nd] [CALC] und wählt im CALCULATE-Menu Taste[5]. Wieder dreimal [ENTER] drücken. Der GTR meldet einen Fehler, was so viel heißt, dass er keinen Schnittpunkt gefunden hat ☹.




**Merke: Nur Schnittpunkte mit x-Wert innerhalb des Anzeigefensters können berechnet werden.**

*Übrigens: Einstellen des Anzeigefensters mit* [WINDOW] *ist bei 2. beschrieben*.

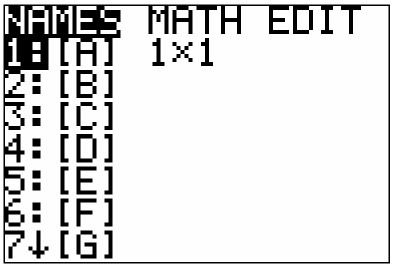
Um das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} -2x + 3y &= -6 \\ x + 2y &= 10 \end{aligned}$$

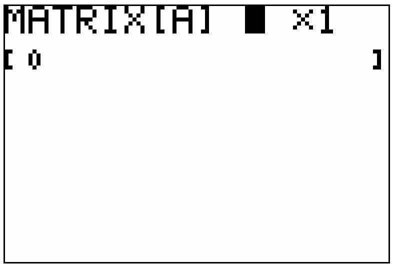
zu lösen, muss diese Matrix

eingegeben werden: $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -6 \\ 1 & 2 & 10 \end{pmatrix}$

Mit [2nd] [MATRIX] das Matrix-Menu öffnen:

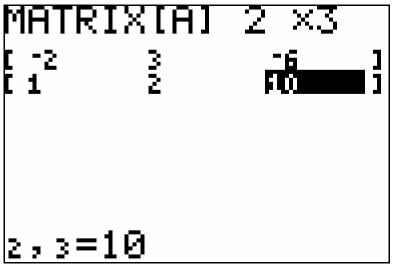



Zweimal [▸] und [ENTER] öffnet dieses Fenster zum editieren (schreiben) der Matrix:




Die Matrix, die wir eingeben müssen, hat 2 Zeilen und 3 Spalten, daher geben wir beim blinkenden Cursor [2] ein, dann [ENTER], dann [3] und [ENTER].

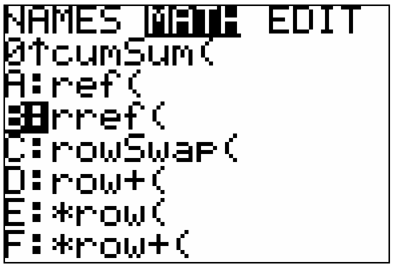
Die Matrix ist nun bereit zur Zahleneingabe.



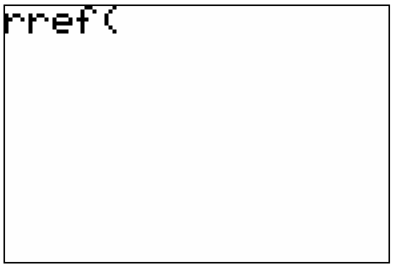

Drückt man nach jeder Zahleneingabe [ENTER], so wird die Matrix zeilenweise gefüllt.
Man kann aber auch mit den Cursor Tasten an die jeweils gewünschte Position springen.

... und zurück zum **Rechen**bildschirm mit [2nd] [QUIT]

Die Lösung soll nun **berechnet** werden.
Dazu braucht man **Rechen**operationen aus dem MATRIX-MATH-Menu.
Mit [2nd] [MATRIX] das Matrix-Menu öffnen und 5 mal [▴] drücken ...

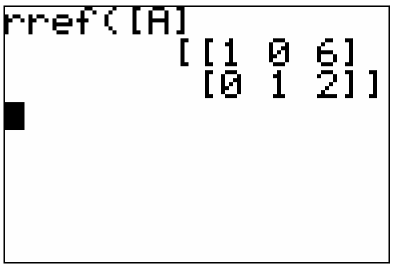



... dann [ENTER] und damit steht rref (
im **Rechen**bildschirm.




Jetzt muss noch der Name der Matrix angegeben werden (sie heißt A):

Mit [2nd] [MATRIX] das Matrix-Menu öffnen. Mit [ENTER] den Namen A bestätigen und automatisch zurück zum **Rechen**bildschirm.




Mit [ENTER] die Lösung **berechnen** lassen:
Für die Lösung ist die **letzte Spalte** wichtig:
x=6, y=2, die Lösung heißt also (6/2).

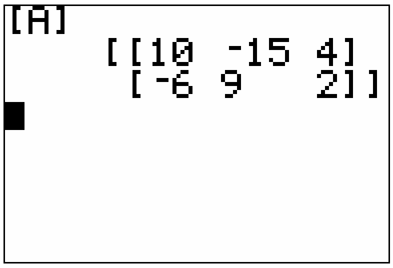
☺☺☺☺☺☺ ☺☺

*Übrigens: Man kann die beiden Gleichungen auch als Gleichungen von Geraden interpretieren, und die Lösung als den Schnittpunkt der Geraden (siehe 4.)*

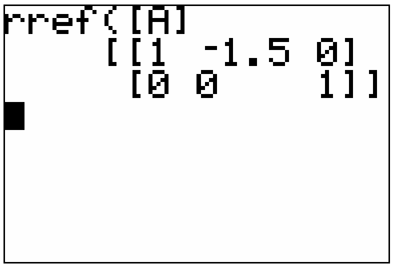
Lineare Gleichungssysteme können auch andere Lösungsmengen als auf Blatt 5 beschrieben haben:

1.Beispiel:

Das LGS 10x -15y = 4
-6x + 9y = 2



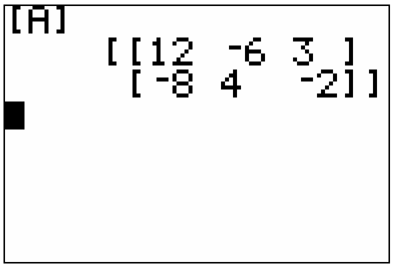

wird vom GTR umgeformt zu
x -1,5y = 0
0x + 0y = 1



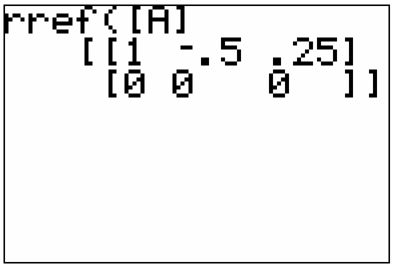

Die letzte Gleichung kann von keinem Paar (x/y) erfüllt werden, daher ist die Lösungsmenge leer.
**(Die Geraden sind parallel)**

2.Beispiel:

Das LGS 12x -6y = 3
-8x +4y =-2




wird vom GTR umgeformt zu
x - 0,5y = 0,25
0x + 0y = 0

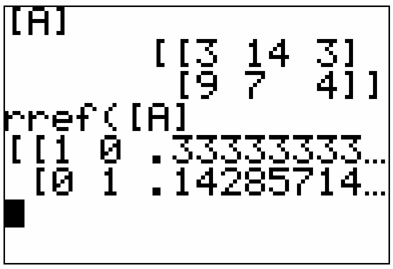



Die letzte Gleichung wird von allen Paaren (x/y) erfüllt, daher besteht die Lösungsmenge aus allen Paaren (x/y), die die erste Gleichung erfüllen.
**(Die Geraden sind identisch)**

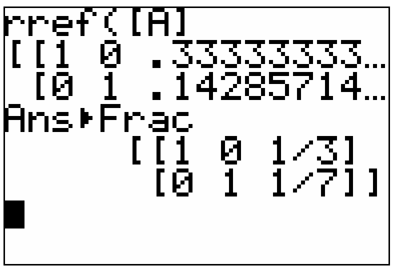
3.Beispiel:

Das LGS 3x + 14y = 3
9x + 7y = 4

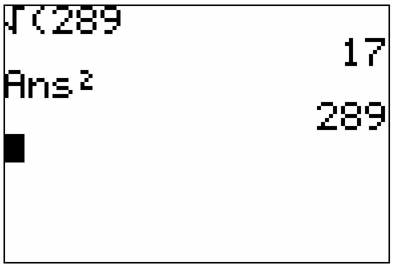
hat genau eine Lösung, …




…die aber in der Bruchdarstellung besser aussieht.
Dazu im MATH-Menu die 1 ▸ Frac auswählen.

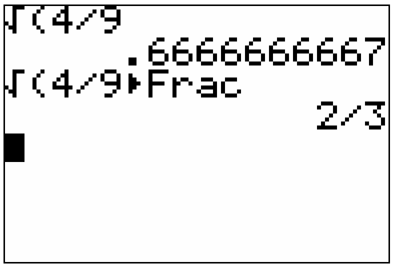


Quadratwurzeln berechnet man mit [2nd] [√ ] (über der Taste [$x^2$]). Danach gibt man eine Zahl ein und drückt [ENTER]. Die Probe kann man machen, indem man die Antwort (ANS, *answer*, engl.) wieder quadriert: [2nd] [ANS] [$x^2$].

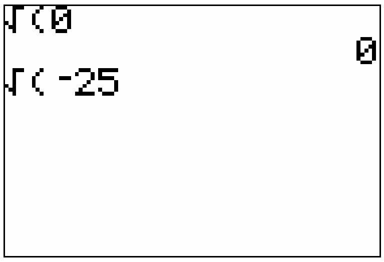



Auch Quadratwurzeln aus Brüchen kann man berechnen.

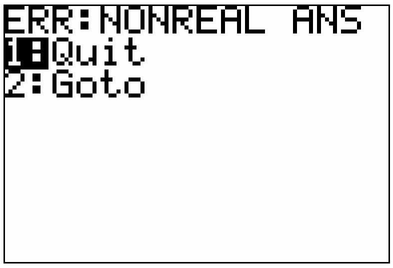
Möchte man das Ergebnis als Bruch haben, dann drückt man nicht sofort die [ENTER]Taste, sondern erst noch [MATH] und dann zweimal [ENTER].




Die Quadratwurzel aus Null lässt sich berechnen, aus negativen Zahlen lässt sich die Quadratwurzel nicht berechnen...

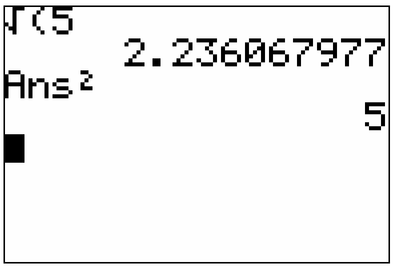



...nach drücken von [ENTER] meldet der GTR einen Fehler *(error).*



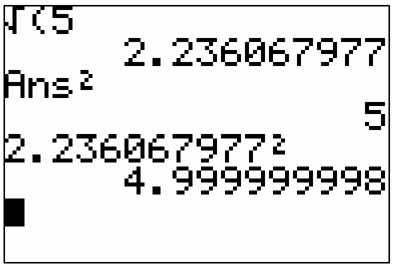

Da stimmt doch etwas nicht:

Berechnet man die Wurzel aus 5, so kommt ein Dezimalbruch mit 9 Stellen nach dem Komma heraus. Zur Probe quadriert man die Antwort: [2nd][ANS] [$x^2$] und es kommt wieder 5 heraus ☺.




Aber...

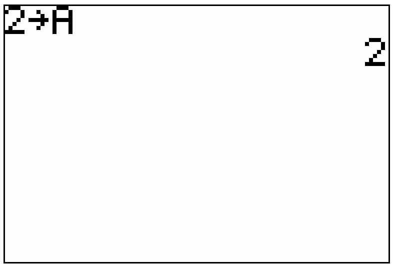
gibt man die Zahl 2.236067977 mit der Hand ein und quadriert, so ist das Ergebnis nicht 5 ☹:




**Merke:**
**Der GTR kann Zahlen mit mehr als 9 Stellen nach dem Komma nicht anzeigen. Rechnungen mit solchen Zahlen können ungenau sein.**

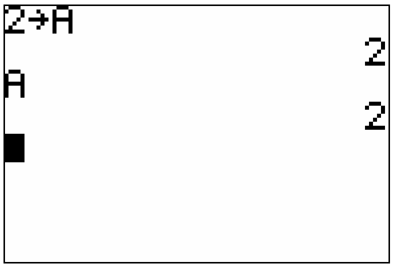
Manchmal möchte man ein Ergebnis speichern um es später weiter zu verwenden. Dazu muss man sich für einen Variablennamen, einen *(grünen)* Buchstaben zwischen A und Z entscheiden.

Um die Zahl 2 unter dem Variablennamen A zu speichern, drückt man [2] [STO▶] [ALPHA] [A] [ENTER]



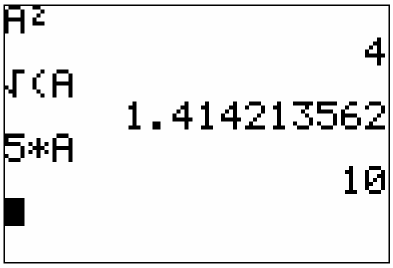

Um noch einmal nachzusehen, ob 2 wirklich unter A gespeichert ist, drückt man einfach [ALPHA] [A] [ENTER].

Stimmt also.



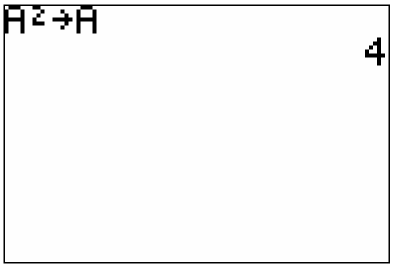

Nun kann man diverse Rechnungen mit dem Inhalt von A ausführen.

Um A ins Anzeigefenster zu bekommen muss man immer [ALPHA] [A] drücken:




Das Ergebnis der neuen Rechnung kann auch wieder in A abgespeichert werden, wenn man will, dazu [STO▶] [ALPHA] [A] [ENTER] drücken.

Nun steht nicht mehr der alte Wert 2 sondern der neue Wert 4 in A.

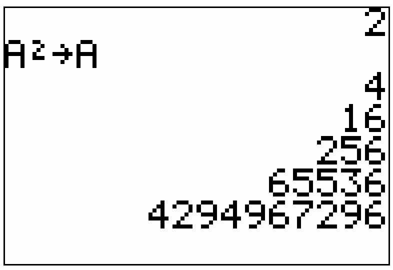



Wenn man nun die [ENTER] Taste drückt, wird die vorangegangene Rechenoperation wiederholt.

Hier bedeutet das, der Inhalt von A (also die Zahl 4) wird quadriert und das Ergebnis (die Zahl 16) wird wieder in A abgespeichert.

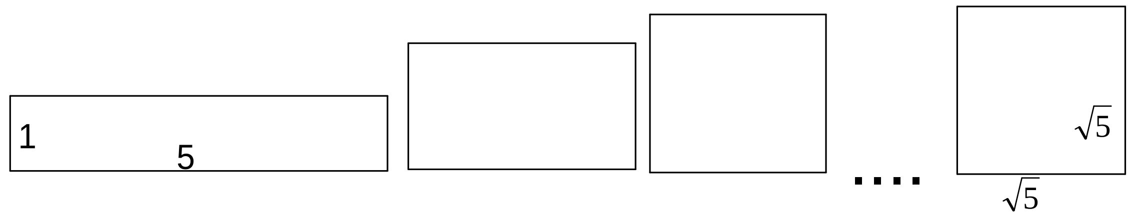

Alte Werte werden dabei gelöscht.

Wiederholtes Drücken der [ENTER] Taste bewirkt wiederholtes Ausführen der oben beschriebenen Rechenoperation.



Das Prinzip:

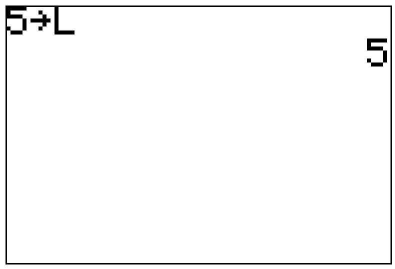
Ein Rechteck der Länge 5 und der Breite 1 wird schrittweise so verkürzt und gleichzeitig verbreitert, dass sein Flächeninhalt immer 5 bleibt.
Ziel ist ein Quadrat mit der Seitenlänge... $\sqrt{5}$




Die Länge des neuen Rechtecks wird aus dem Mittelwert der Länge und Breite des vorangegangenen Rechtecks berechnet. Die neue Breite berechnet man, indem man 5 durch die neue Länge teilt.

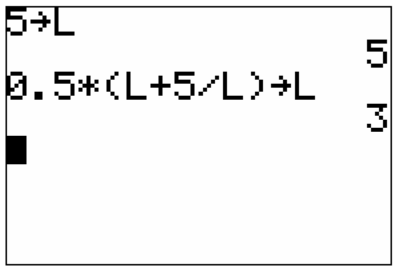
(So ist gewährleistet, dass das neue Rechteck den Flächeninhalt 5 hat).

Die Variable L (L für Länge) bekommt den Startwert 5:
[5] [STO▶] [ALPHA] [L]
(Mit Drücken der Taste [ALPHA] gelten die grünen Tastenbelegungen, [L] steht über der Taste [)]).

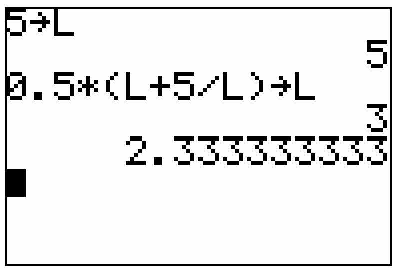



Die neue Länge wird als Mittelwert aus alter Länge L und alter Breite 5/L berechnet und wieder mit [STO▶][ALPHA] [L] in L gespeichert (der alte Wert wird überschrieben, gelöscht):

Der neue Wert für L (nämlich 3) wird angezeigt. Dies ist die Länge des 2.Rechtecks.



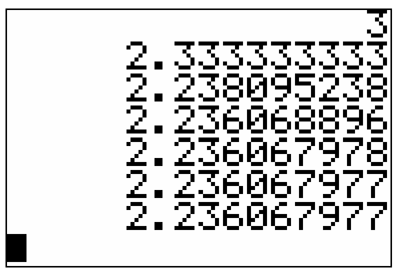

[ENTER] ergibt die Länge des 3.Rechtecks:



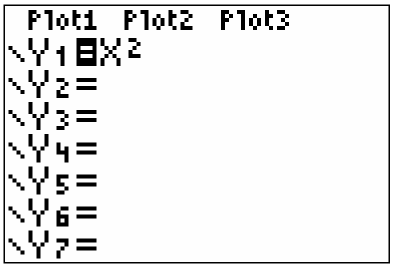

[ENTER], [ENTER], [ENTER]...☺

so lange, bis sich die 9.Stelle nach dem Komma nicht mehr ändert.

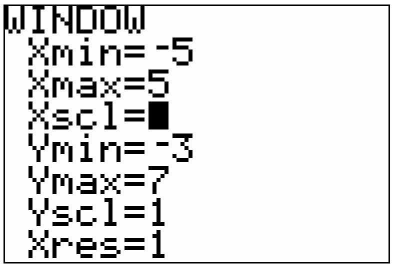
Dies ist eine gute Näherung für $\sqrt{5}$.



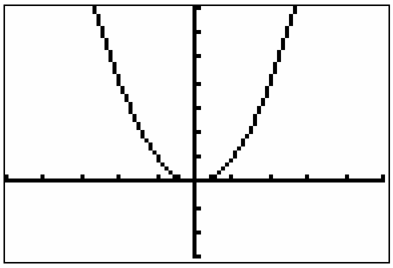
Zunächst muss die Gleichung der Funktion eingegeben werden. Dazu die $\boxed{\text{Y=}}$ Taste drücken und dann die Gleichung eingeben: $\boxed{\text{X,T,}\Theta,n}$ $\boxed{x^2}$.



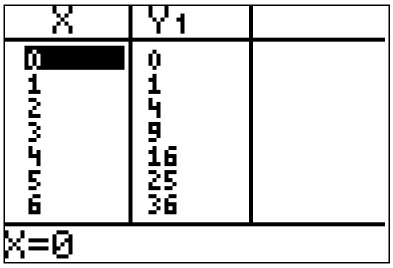

Nun das Anzeigefenster einstellen, dazu $\boxed{\text{WINDOW}}$ drücken und die Werte wie rechts eingeben:



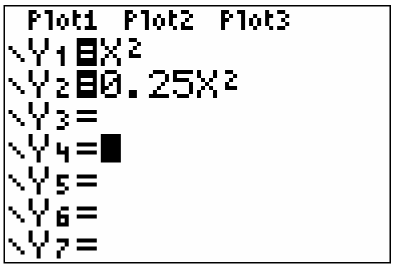

$\boxed{\text{GRAPH}}$ liefert dieses Schaubild:



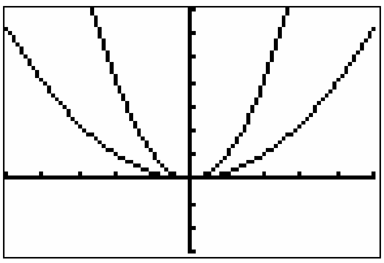
Mit $\boxed{\text{2nd}}$ [TABLE] erhält man eine Wertetabelle, die man nach Bedarf mit $\boxed{\text{2nd}}$ [TBLSET] einstellen kann:

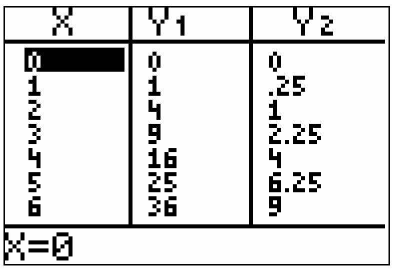



Nun wird eine weitere Gleichung eingegeben. Dazu $\boxed{\text{Y=}}$ und $\boxed{\blacktriangledown}$ drücken und die Gleichung wie rechts zu sehen eingeben.



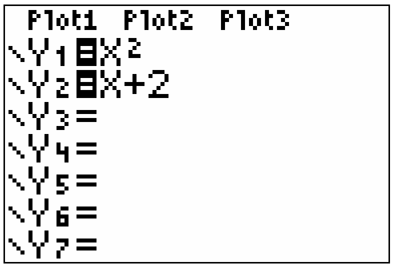

Mit $\boxed{\text{GRAPH}}$ erhält man beide Schaubilder und mit $\boxed{\text{2nd}}$ [TBLSET] beide Wertetabellen.



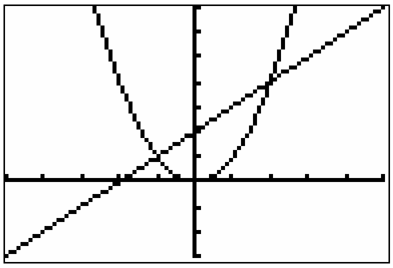


Die Gleichung $x^2 = x+2$ soll grafisch gelöst werden. Dazu interpretiert man die Lösung dieser Gleichung als Schnittstelle der beiden Schaubilder von $y=x^2$ und $y=x+2$.

Zunächst mit Y= beide Gleichungen eingeben:

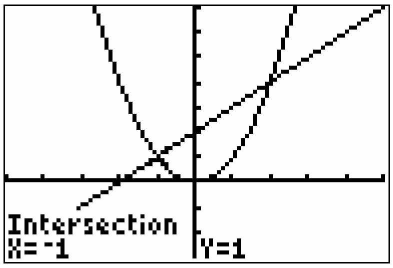



Dann GRAPH drücken. Man sieht, dass die beiden Schaubilder 2 Schnittpunkte haben:

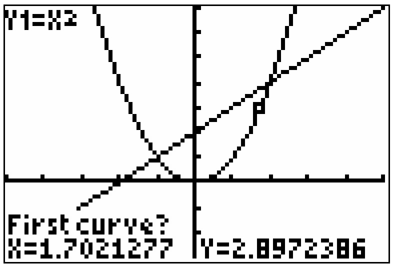


Nun drückt man 2nd [CALC] und wählt im CALCULATE-Menu den Punkt 5 indem man Taste 5 drückt (*intersection* (engl.: Schnitt)).

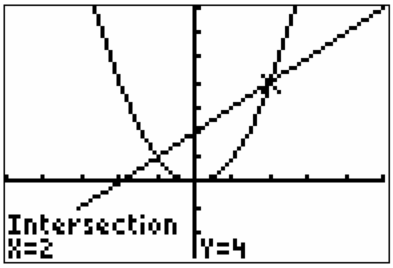
Nach dreimal ENTER drücken...
kann die erste Schnittstelle abgelesen werden: x= -1.




Für die Berechnung der 2.Schnittstelle drückt man wieder 2nd [CALC] und wählt im CALCULATE-Menu den Punkt 5. Dann bewegt man mit der Taste ▶ den Cursor in die Nähe des gesuchten zweiten Schnittpunktes.

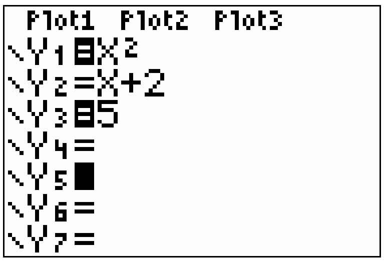



Nach dreimal ENTER drücken...
kann die zweite Schnittstelle abgelesen werden: x=2

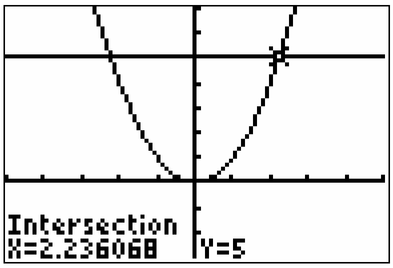



Die Parabel kann auch mit der Geraden y=5 geschnitten werden.

Da nur die erste und dritte Funktion jetzt interessant sind, bewegt man den Cursor auf das Gleichheitszeichen der zweiten Gleichung und drückt dann ENTER:



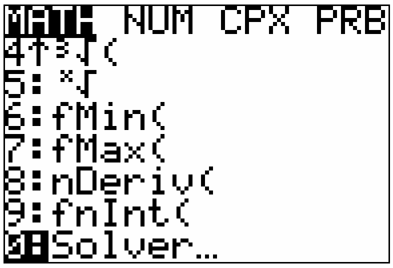

Nur die erste und die dritte Gleichung sind noch aktiviert.




Eine Schnittstelle kann man ablesen 2,236068. Dies ist ein Näherungswert für ... (ja, was wohl? ☺)

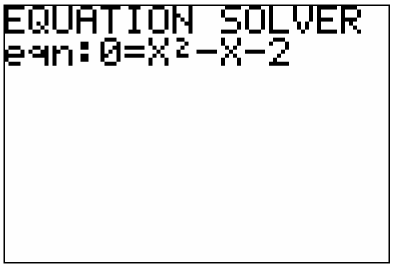
Die Gleichung $0 = x^2 - x - 2$ soll gelöst werden.

Dazu MATH und ▲ drücken...



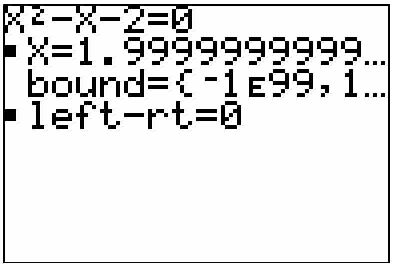

...dann ENTER.

Nun muss die Gleichung eingegeben werden, „0=“ steht schon da...

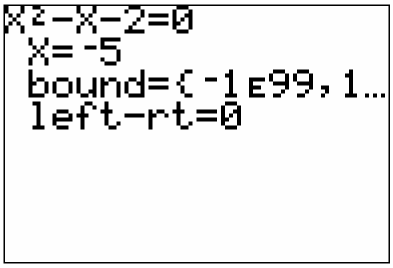



... ENTER drücken und ALPHA [SOLVE].

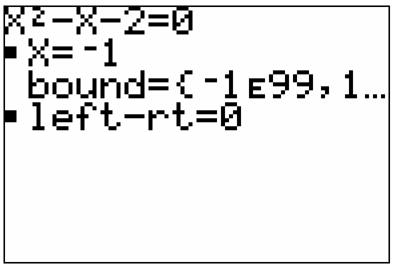
Die Lösung x=1.9999999999 ist ziemlich (☺) genau, die richtige Lösung heißt x=2.




Um die zweite Lösung zu finden, kann man beim blinkenden Cursor einen anderen Startwert eingeben, zum Beispiel -5.

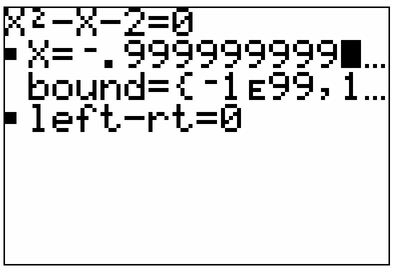



ALPHA [SOLVE] ergibt die andere Lösung, nämlich x= -1. Diesmal ist der Wert exakt.

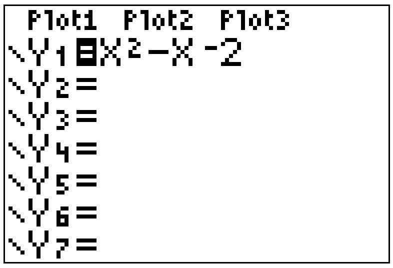



Wählt man einen „besseren“ Startwert, zum Beispiel -2, so kann trotzdem die Lösung nicht ganz so „gut“ sein (siehe rechts):

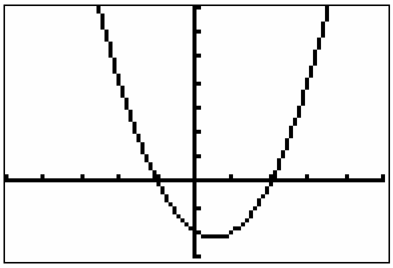
Interessant: Für den Startwert 100 kommt x=2 heraus, für den Startwert 1000 erhält man x= -1.



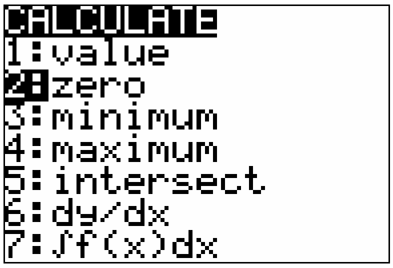
Von der Funktion y =$x^2$ –x -2 sollen die Nullstellen berechnet werden (siehe auch Arbeitsblatt 11 und 12).
Dazu die Funktion eingeben mit der [Y=] Taste.




Das Schaubild hat zwei Schnittpunkte mit der x-Achse, dies kann man mit [GRAPH] sehen:

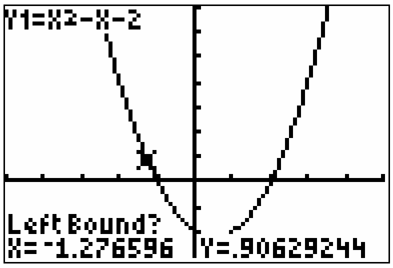


Zur Berechnung der Nullstellen das CALCULATE – Menu mit [2nd] [CALC] öffnen und mit [2] (*zero*: engl.: Null) Nullstellenberechnung auswählen.



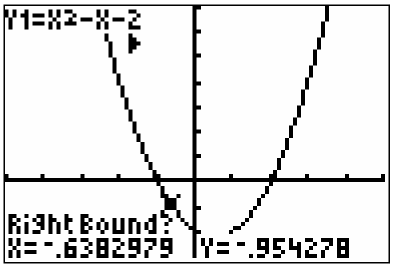

Die kleinere Nullstelle soll zuerst berechnet werden.

Den Cursor mit [◄] auf dem Schaubild links vor die erste Nullstelle positionieren und Left Bound mit [ENTER] bestätigen.



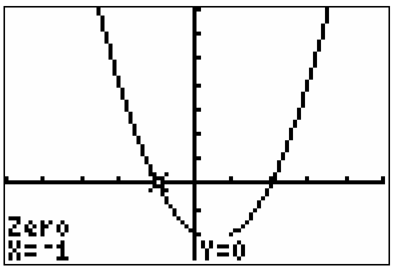

Den Cursor mit [►] rechts hinter die erste Nullstelle positionieren und Right Bound mit [ENTER] bestätigen.

(Mit Left Bound und Right Bound legt man das Intervall fest, in dem die Nullstelle liegt).



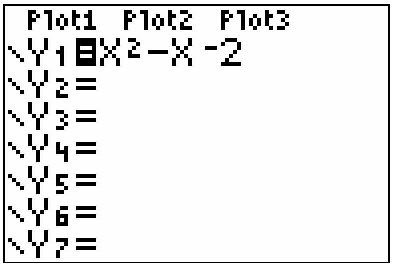

Nochmals [ENTER] ergibt folgendes Bild:

Entsprechend die andere Nullstelle berechnen.

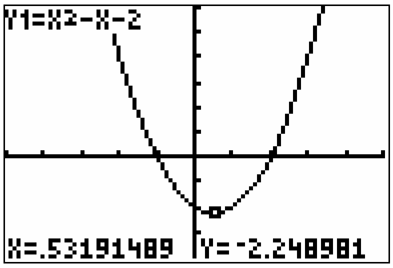


Von der Parabel mit der Gleichung $y = x^2 - x - 2$ soll der Scheitel ermittelt werden.

Dazu die Funktionsgleichung mit der [Y=] Taste eingeben.

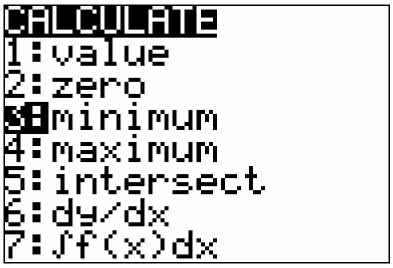



Den Scheitel der Parabel kann man in etwa mit [TRACE] finden. Mit den Tasten [▸] und [◂] bewegt man den Cursor auf der Parabel so lange, bis man ungefähr den Scheitel hat.



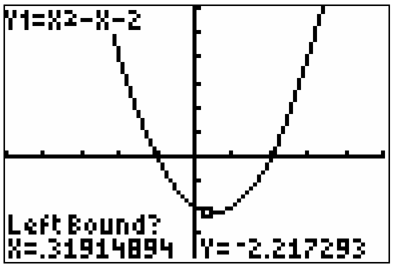

Exakter geht es so:

Mit [2nd] und [CALC] das CALCULATE –Menu öffnen und [3] (minimum) wählen.



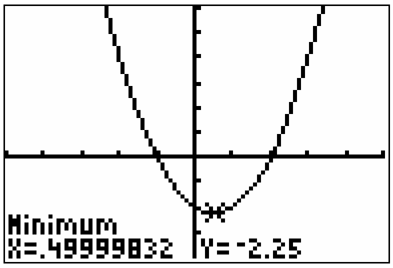

Den Cursor mit [◂] auf dem Schaubild etwas links vom Scheitel positionieren und Left Bound mit [ENTER] bestätigen.

(Mit Left Bound und Right Bound legt man das Intervall fest, in dem der x-Wert des Scheitels liegt).

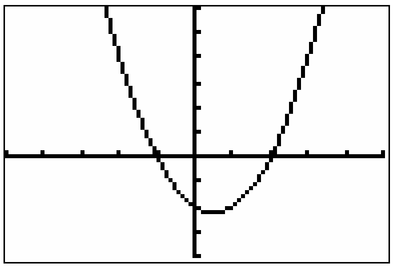



Den Cursor mit [▸] auf dem Schaubild etwas rechts vom Scheitel positionieren und Right Bound mit [ENTER] bestätigen.

Nochmals [ENTER] drücken und die Koordinaten des Scheitels werden berechnet:



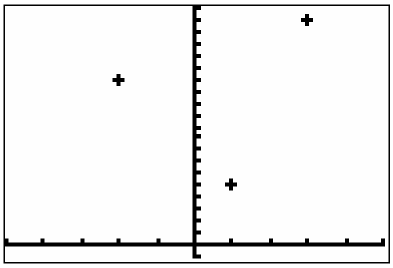

Zur Probe kann man die Gleichung der Parabel in der Scheitelform mit [Y=] beiY2 eingeben: $y=(x-0,5)^2-2,25$ und mit [GRAPH] prüfen, ob die beiden Parabeln überein stimmen ☺.



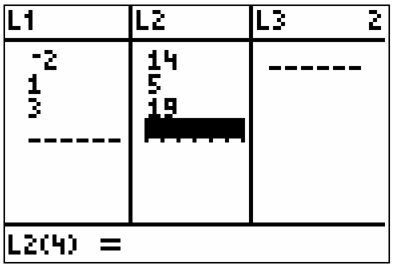
*Bemerkung: Ist die Parabel nach unten geöffnet, so muss im* CALCULATE-*Menu der Punkt* 4:maximum *ausgewählt werden.*

Durch die Punkte (-2/14), (1/5) und (3/19) geht eine Parabel.

Die Gleichung dieser Parabel soll ermittelt werden.



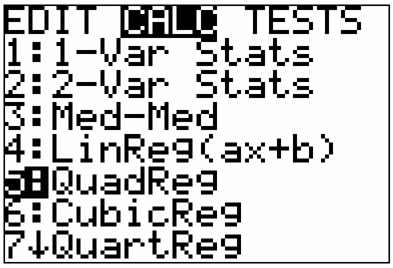
Mit [STAT] und [ENTER] öffnet sich der Eingabebildschirm für Listen.




Die x-Werte gibt man in die erste Liste L1 ein und passend daneben die y-Werte in die Liste L2.

Mit den Cursortasten kann man jeweils an eine andere Position springen.

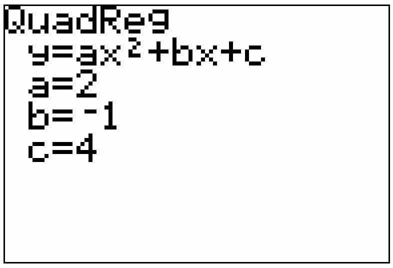
Mit [STAT] und [▸] öffnet sich das CALC-Menu. Dort muss mit [5] Quad(ratische) Reg(ression) ausgewählt werden.



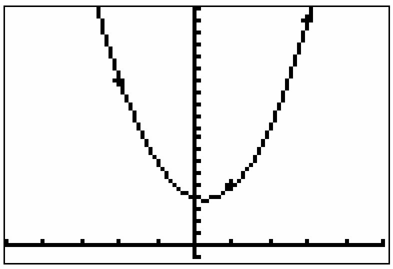

Mit [2nd] [L1] und [,] und [2nd] [L2] die Namen der beiden Listen eingeben...


... und mit [ENTER] abschließen:

Die Gleichung der Parabel heißt also $y = 2x^2 - x + 4$.




Man sieht, dass die Parabel passt.

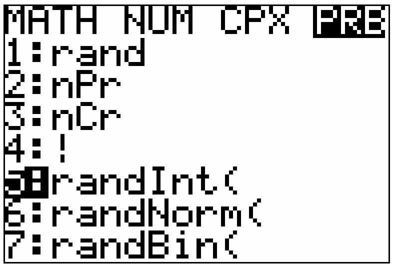


*Bemerkung: Quadratische Regression wird meist dann eingesetzt, wenn man <u>viele</u> (meist wesentlich mehr als 3) Messpunkte hat und vermutet, dass diese „ungefähr“ auf einer Parabel liegen.*

Der GTR kann auch Würfeln und das geht so:

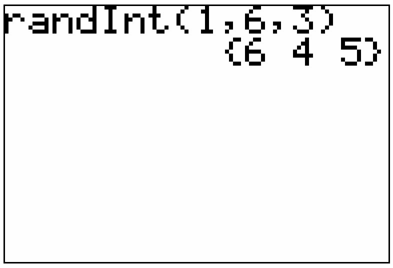
 drücken und dreimal die Taste ~ um PRB (*probability* (engl.: Wahrscheinlichkeit)) auszuwählen.

Dann • drücken.

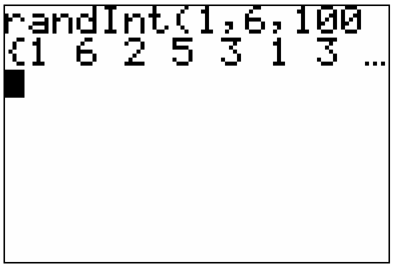



Nun muss man angeben, zwischen welchen zwei ganzen Zahlen die Ergebnisse liegen sollen und wie oft gewürfelt werden soll.

In unserem Fall sollen die Ergebnisse ganze Zahlen zwischen 1 und 6 sein und es soll 3 mal gewürfelt werden. Mit ⊆ abschließen.

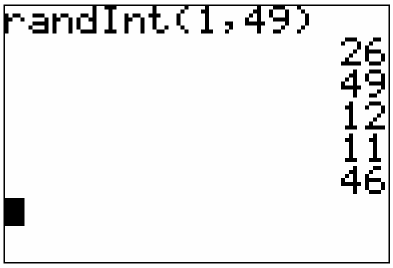



Soll 100 mal gewürfelt werden, dann passt das Ergebnis nicht mehr auf den Anzeigebildschirm, kann aber mit der ~ Taste angesehen werden.



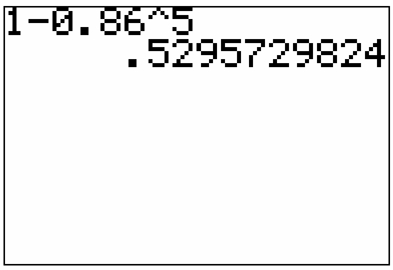

Sollen Lottozahlen gezogen werden, geht man entsprechend vor. Wird jeweils nur 1 Zahl gezogen, so kann man die letzte der 3 Zahlen bei randInt( , ) weglassen.

Ein paar mal auf ⊆ drücken…



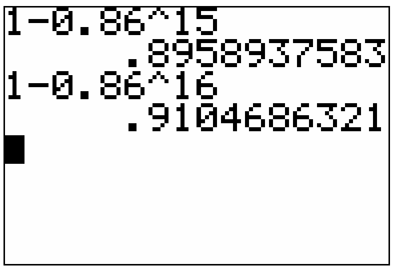

14% der Deutschen haben Blutgruppe B.
Es soll ermittelt werden, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass von 5 Leuten mindestens einer die Blutgruppe B hat.

Es wird die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses berechnet und dann von 1 abgezogen.




Wie viele Leute müssen in der untersuchten Gruppe sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer Blutgruppe B hat, größer als 90% ist?

Mit den Exponenten ausprobieren…




Antwort: Die Gruppe muss aus mindestens 16 Leuten bestehen.

Reset:

Falls der GTR merkwürdige Ergebnisse liefert oder man die Voreinstellungen wieder herstellen möchte, empfiehlt sich ein Zurücksetzen (Reset).

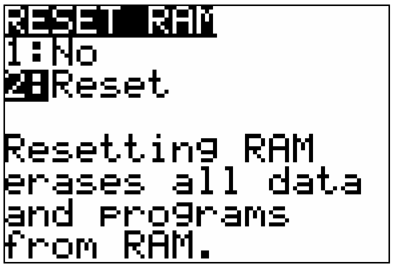

Dazu 2nd [MEM] drücken ...
...7 wählen.


Sollen alle gespeicherten Variablen, Listen, Anwendungen und Programme gelöscht werden, dann die 1 drücken.

Sonst die 2.

Es erscheint folgende Anzeige:

Mit 2 Reset bestätigen.




| | |
|---|---|
| CLEAR | Löscht die aktuelle Zeile. Steht noch nichts in der Zeile, wird der komplette Inhalt des Anzeigefensters gelöscht. |
| DEL | Löscht das Zeichen, auf dem der Cursor steht. |
| 2nd [INS] | Gibt die Möglichkeit, an der Cursorposition weitere Zeichen einzugeben. |
| 2nd [ANS] | Fügt das letzte Ergebnis an der Cursorposition ein. |
| 2nd [ENTRY] | Fügt die letzte Eingabe in die aktuelle Eingabezeile ein. |
| 2nd | Cursor kommt ans Zeilenende |
| 2nd | Cursor kommt an den Zeilenanfang. |
| 2nd [QUIT] | Damit kommt man meist, wenn man sich „verlaufen“ ☺ hat, wieder zum Rechenbildschirm zurück. |